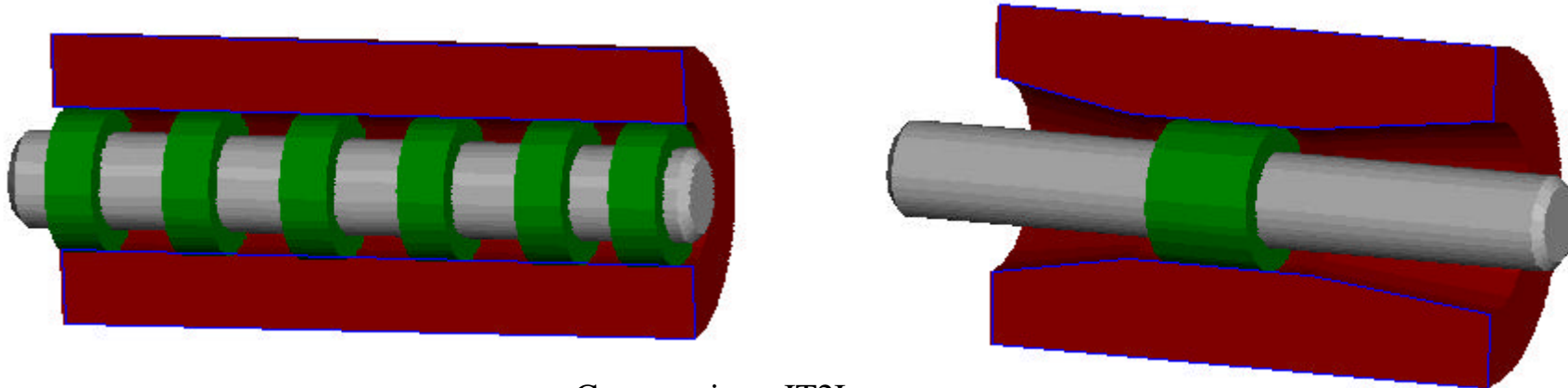


Présentation

Objectifs de l'étude

- Modéliser une liaison
- Choisir au mieux les liaisons pour assurer une fonction donnée.
- Analyser le montage d'un mécanisme

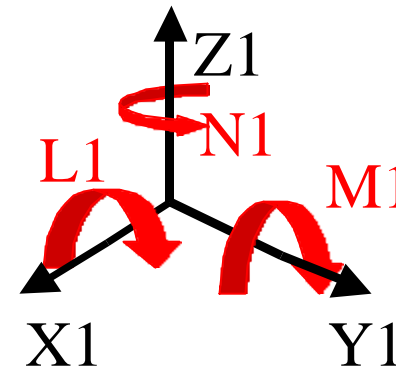


Approche par les torseurs

- **Torseur d'intereffort** associé à une liaison :

Dans une liaison les efforts transmissibles par la liaison forment le torseur d'intereffort.

$$\mathbf{T}_{A1 \rightarrow 2} \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ L_1 & M_1 & N_1 \end{pmatrix}_A$$

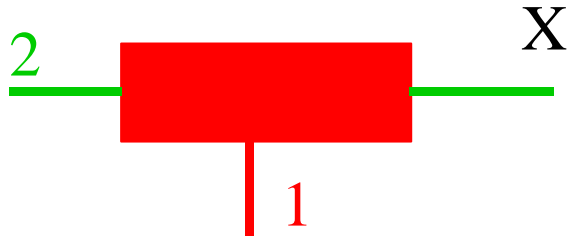


- **Torseur cinématique** associé à une liaison :

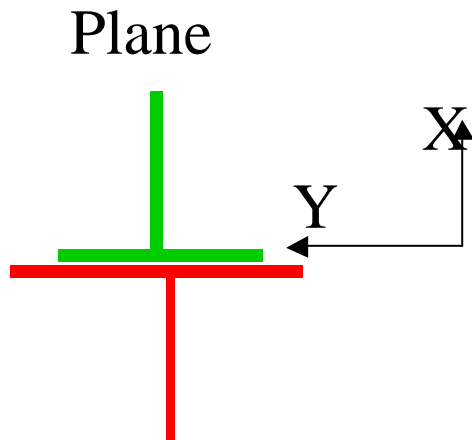
Indique tous les mouvements possibles dans la liaison

$$\mathbf{\Gamma}_{A2/1} \begin{pmatrix} \mathbf{w}_x & \mathbf{w}_y & \mathbf{w}_z \\ \mathbf{n}_x & \mathbf{n}_y & \mathbf{n}_z \end{pmatrix}_A$$

Exemple 1 : glissière



Exemple 2 : plane



**Entraînez vous
la réponse est sur la diapositive
suivante**

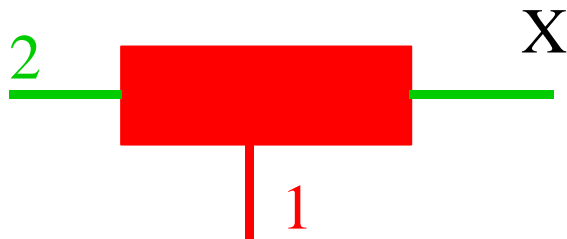
$$\mathbf{T}_{A1 \rightarrow 2} \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}_A$$

$$\mathbf{\Gamma}_{A2/1} \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}_A$$

$$\mathbf{T}_{A1 \rightarrow 2} \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}_A$$

$$\mathbf{\Gamma}_{A2/1} \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}_A$$

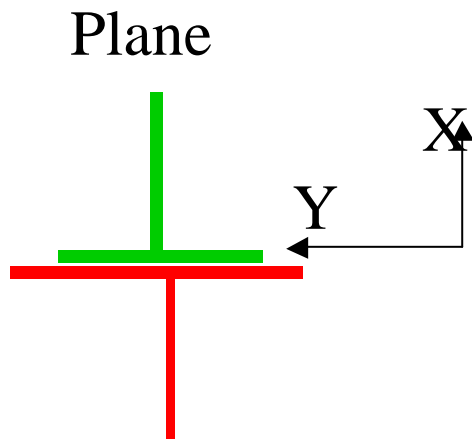
Exemple 1 : glissière



$$\mathbf{T}_{A1 \rightarrow 2} \begin{pmatrix} 0 & Y_1 & Z_1 \\ L_1 & M_1 & N_1 \end{pmatrix}_A$$

$$\Gamma_{A2/1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{n}_x & 0 & 0 \end{pmatrix}_A$$

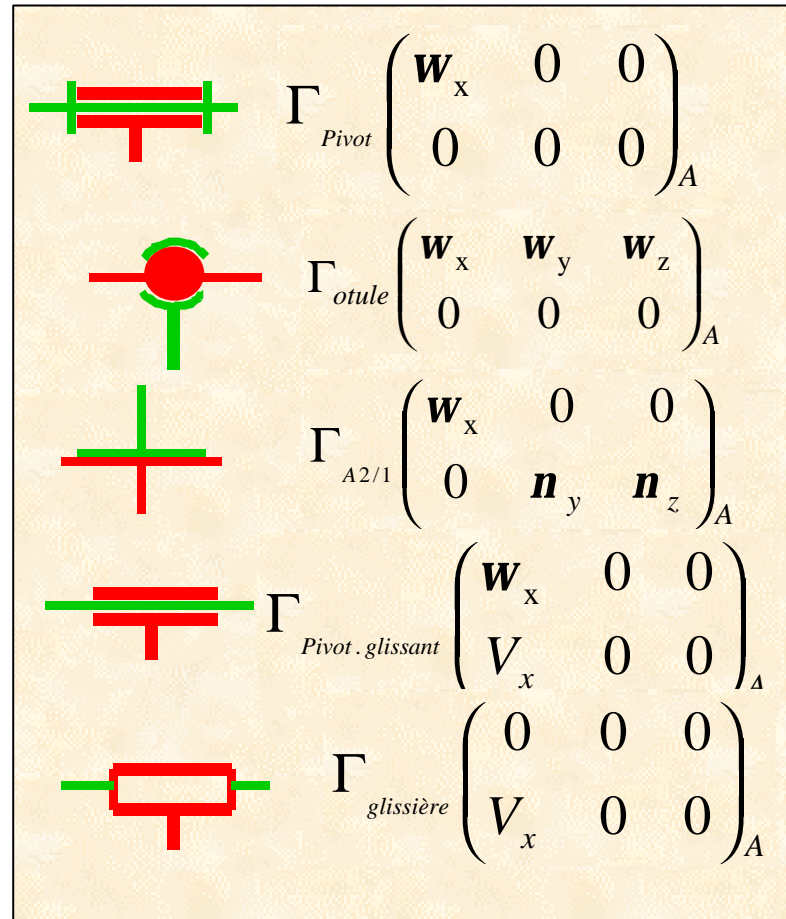
Exemple 2 : plane



$$\mathbf{T}_{A1 \rightarrow 2} \begin{pmatrix} X_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_1 & N_1 \end{pmatrix}_A$$

$$\Gamma_{A2/1} \begin{pmatrix} \mathbf{w}_x & 0 & 0 \\ 0_x & \mathbf{n}_y & \mathbf{n}_z \end{pmatrix}_A$$

Les liaisons de base

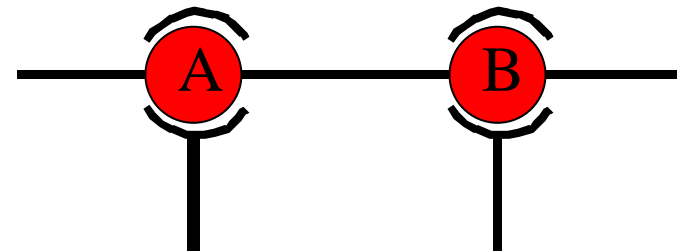
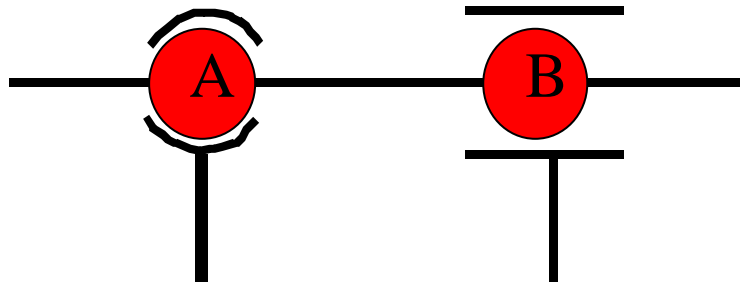
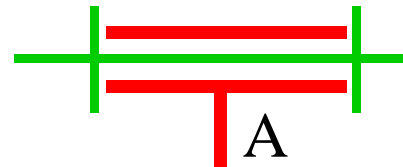


Etude isostatique d'une liaison

- Système isostatique : **Un système est isostatique si le PFD suffit à déterminer toutes les inconnues de liaison.**

Ou : c'est un mécanisme dont les liaisons bloquent **juste** les mobilités pour obtenir la cinématique désirée.

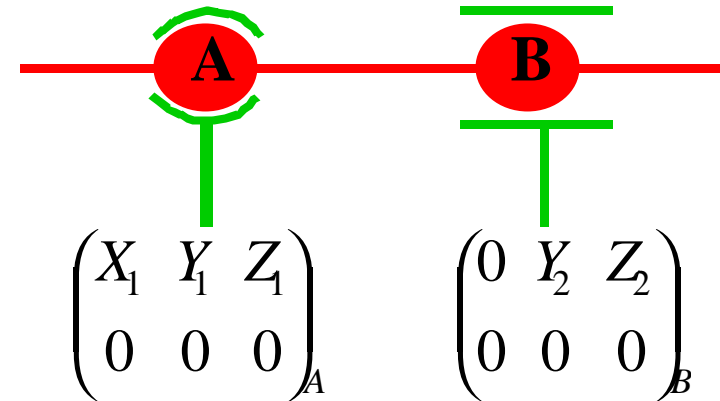
Exemple : création d'une pivot



Solution 1

Equilibre de l'arbre au point A

$$\begin{cases} 0 + X_2 = 0 \\ Y_1 + Y_2 = 0 \\ Z_1 + Z_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 0 = 0 \\ 0 + \overline{AB}.Y_2 = 0 \\ 0 + \overline{AB}.Z_2 = 0 \end{cases}$$



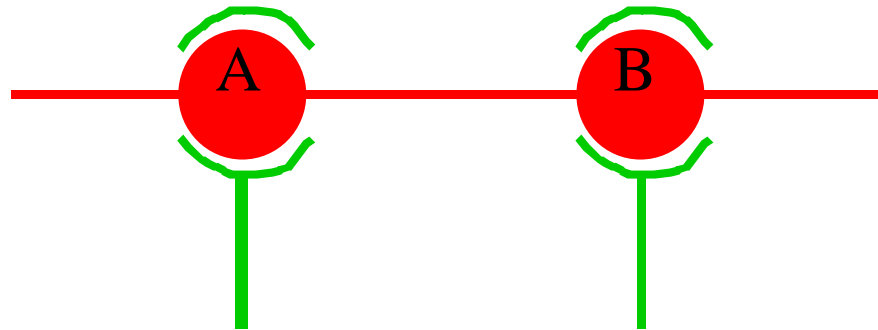
Cette équation ne peut être utilisée (elle correspond à la mobilité du système)

Il y a 5 équations pour 5 inconnues de liaison

Définition rappel:

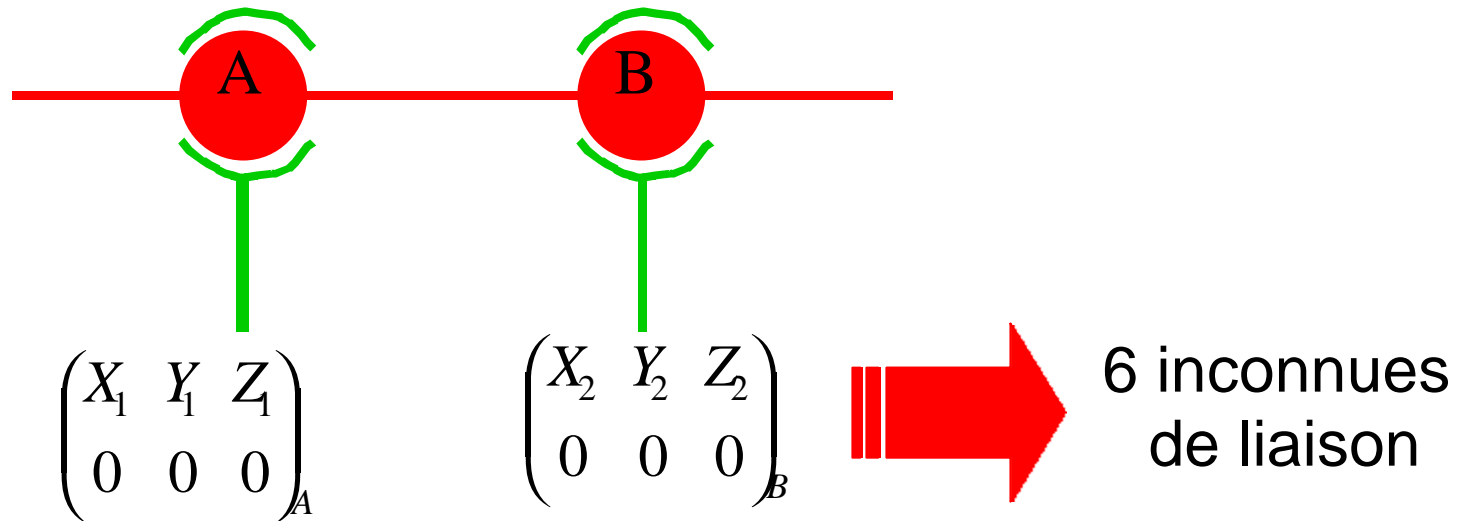
Un système est isostatique si le PFD suffit à déterminer toutes les inconnues de liaison.

Solution 2



Cette liaison est - elle isostatique ou hyperstatique ?

Solution 2

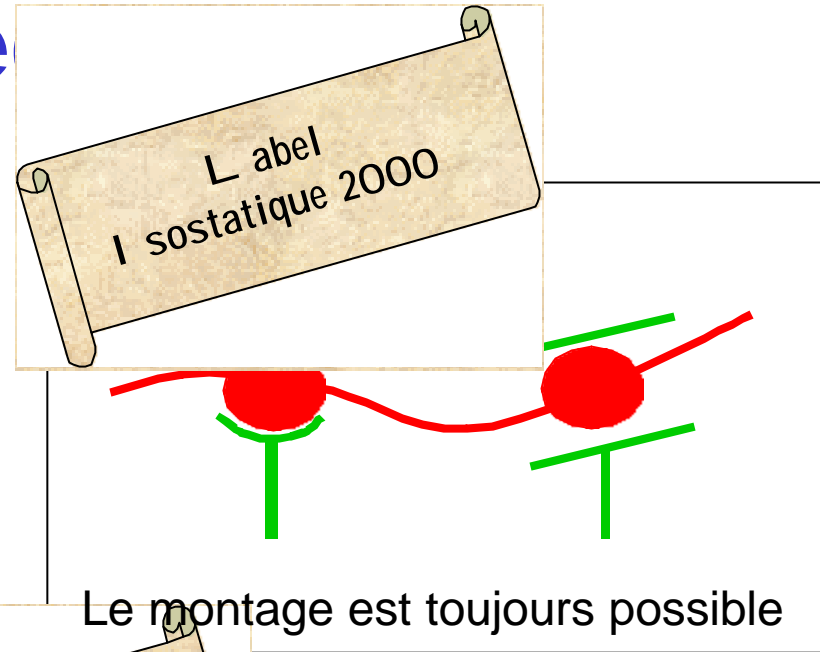
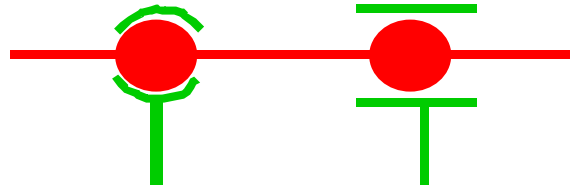


Il n'y a toujours que
5 équations utiles

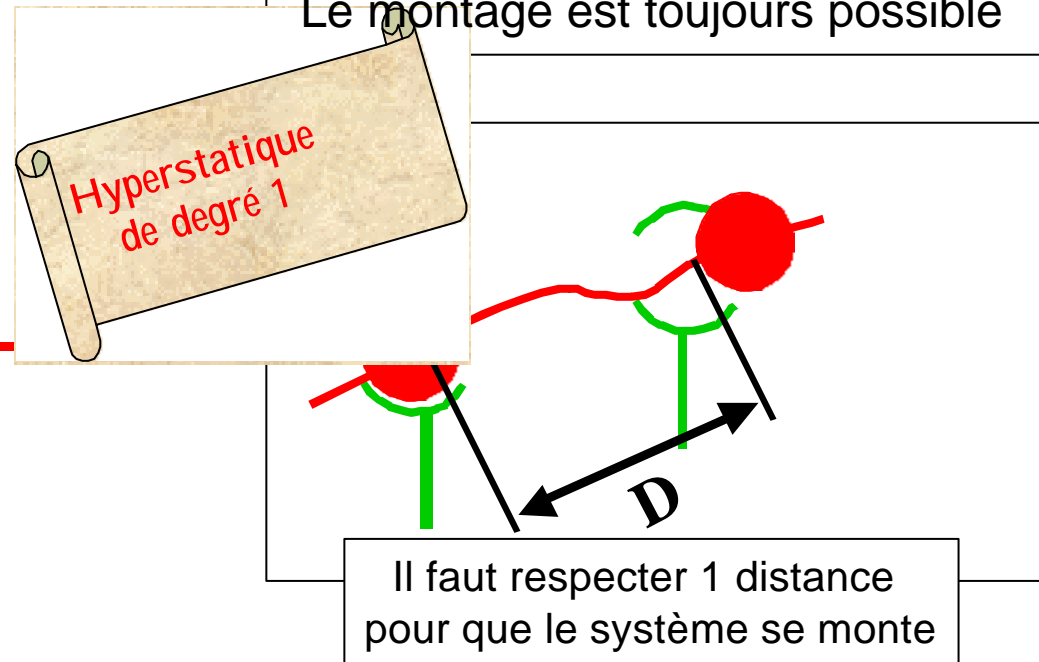
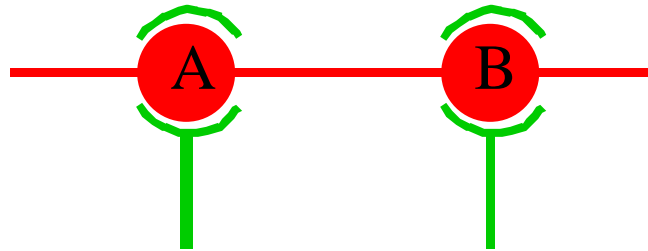
Le Système est hyperstatique de degré 1

Analyse gé

Exemple 1 :

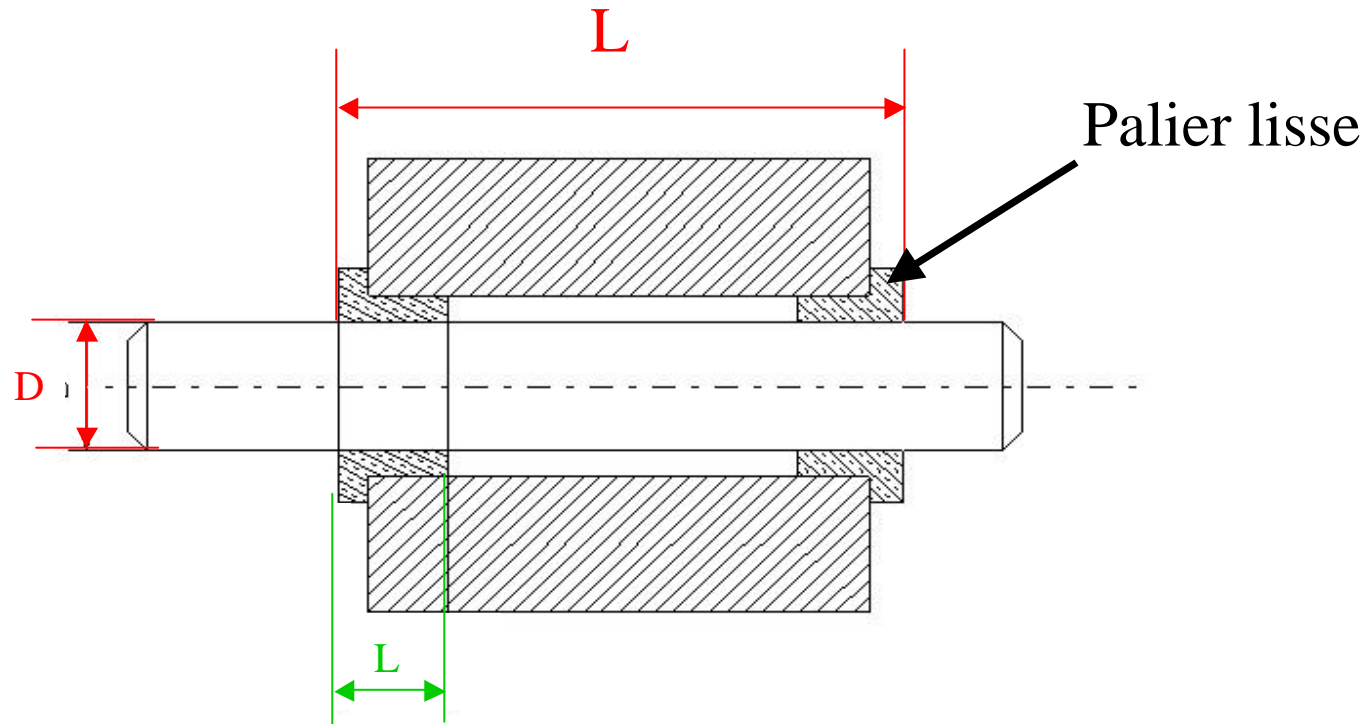


Exemple 2 :



Exemple d'application

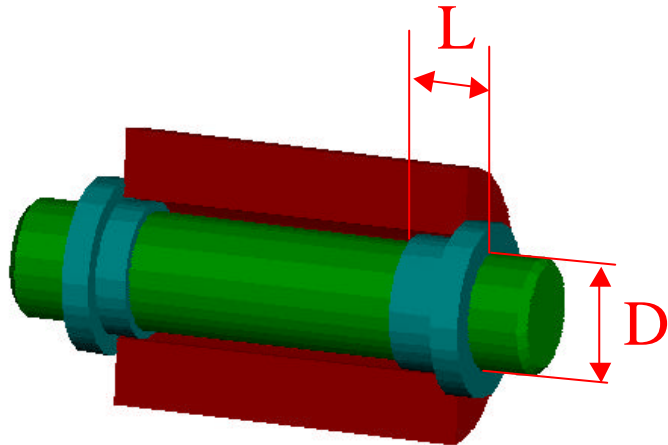
Problème : comment modéliser les liaisons élémentaires ?



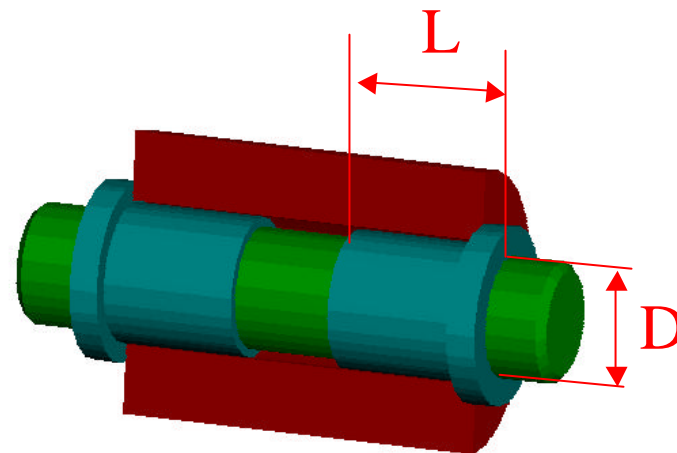
Faut-il modéliser les paliers lisses par des linéaires annulaires ou par des pivots glissants

Linéaire annulaire ou Pivot glissant?

Cela dépend du rapport L/D



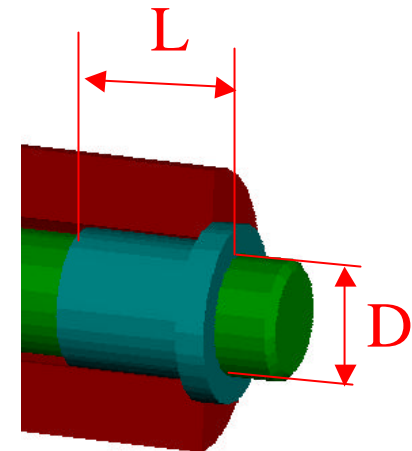
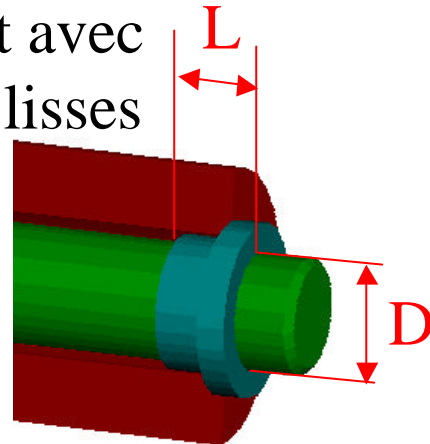
$L < 0,8 D$ \Rightarrow Linéaire (rotule)



$L > 1,5 D$ \Rightarrow Pivot glissant

Linéaire annulaire ou Pivot glissant?

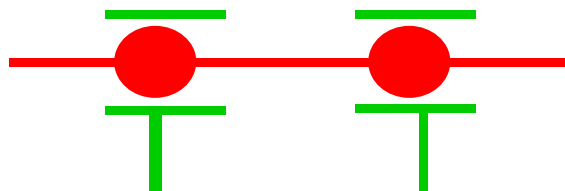
Réalisation d'une pivot glissant avec deux paliers lisses



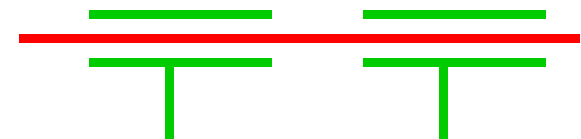
$L < 0,8 D$ **P** Linéaire (rotule)

$L > 1,5 D$ **P** Pivot glissant

Modélisation par deux linéaires annulaires : ISOSTATIQUE



Modélisation par deux pivot glissants : HYPERSTATIQUE de degré 4



Recherche d'une loi globale

$$\text{Degré d'hyperstatisme} = \text{Nbr d'inconnues de liaison} - \left[\begin{array}{c} \text{Nbr d'équations} \\ - \\ \text{Nbr mobilités} \end{array} \right]$$

$$n = L_{ij} - (6p - d - m)$$

L_{ij} : inconnues de liaisons

p : nbr de pièces

d : mobilité

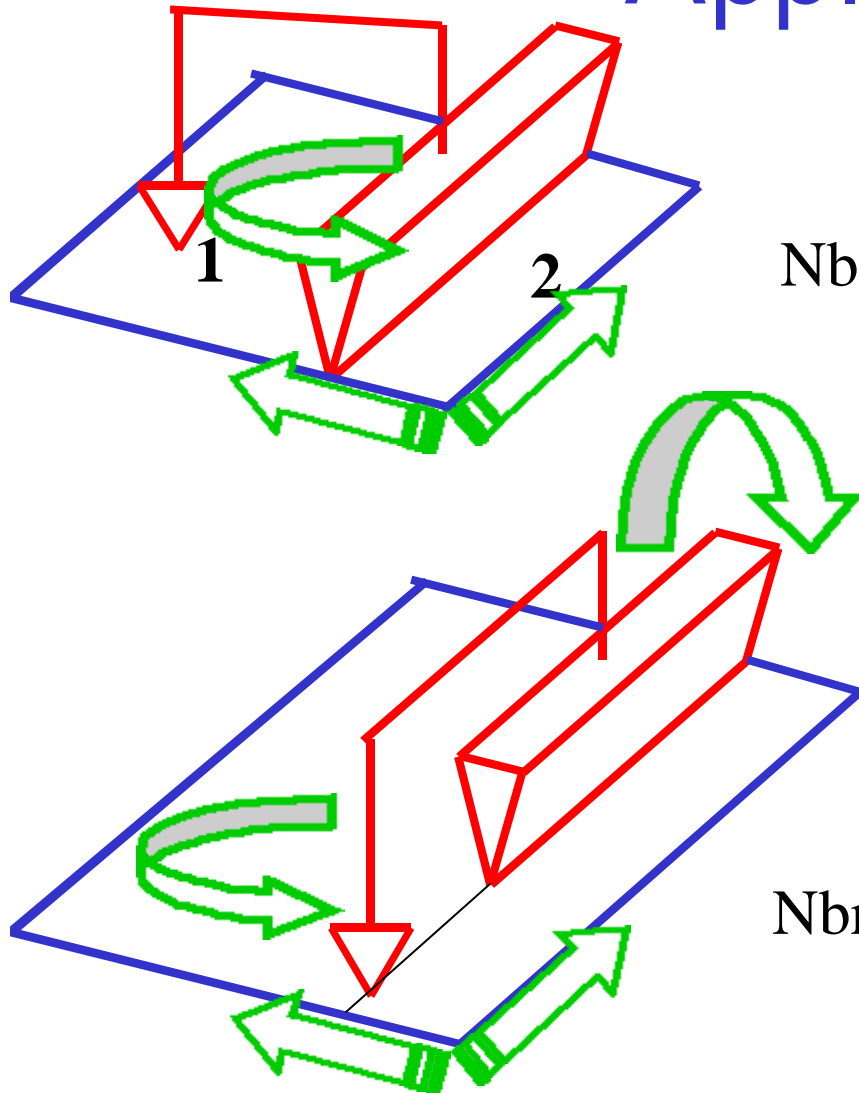
m : mobilité interne

ATTENTION

Nécessité de connaître le nombre de mobilités donc :

Nécessité de *comprendre* le mécanisme.

Application 1



1 pièce

Inconnues de liaisons : 1+2

Nbr de mobilités : 2 translations, 1 rotation

$$n=(1+2)-(6-3)$$

$$n=0$$

Attention aux mobilités

1 pièce

Inconnues de liaisons : 1+2

Nbr de mobilités : 2 translations, 2 rotations

$$n=(1+2)-(6-4)$$

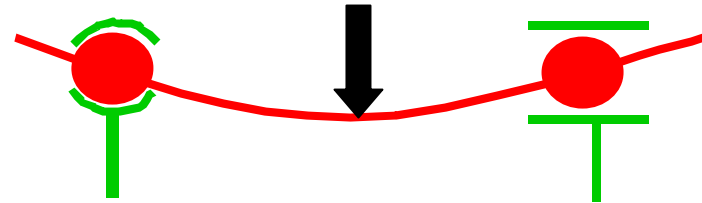
$$n=1 !!!!!$$

Avantages

isostatisme / hyperstatisme

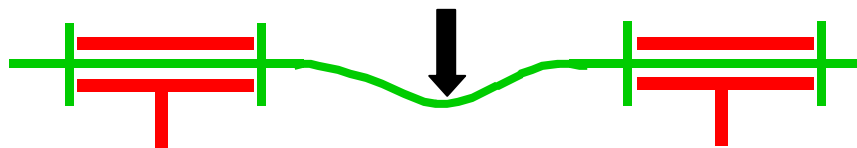
Mécanisme isostatique

- ◆ Montage facile
- ◆ Cotation simplifiée
- ◆ Fabrication aisée
- ◆ Bonne connaissance des surfaces de contact



Mécanisme hyperstatique

- ◆ Rigidité
- ◆ Stabilité



Calcul : $L=1400$, $D=20$
Force = 100 daN

Isos. : flèche = 34mm

Hypers. : flèche = 9 mm

Remarque sur l'Hypostaticisme

$$n = L_{ij} - (6p - d - m)$$

L_{ij} : inconnues de liaisons

p : nbr de pièces

d : mobilité

m : mobilité interne

On peut entendre le mot Hypostaticisme
lorsque que n est négatif.

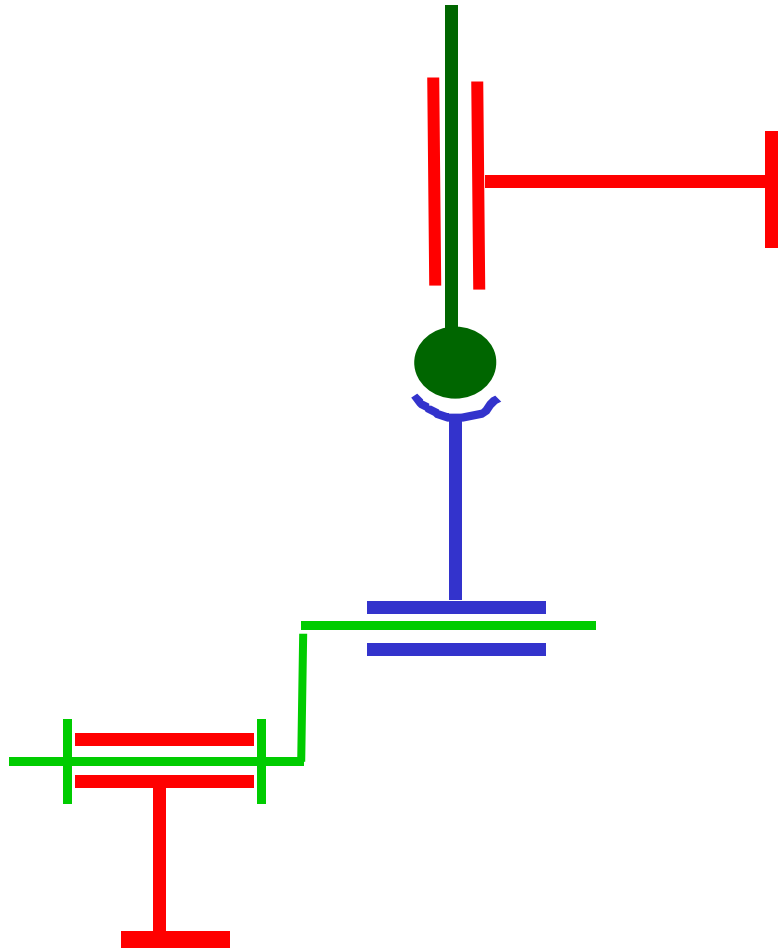
**Cette notion n n'a pas de raison d'être.
Si on trouve un n négatif, cela veut simplement dire
que l'on s'est trompé en comptant les mobilités...**

Mécanisme hyperstatique : Que faire ??

- Avoir une fabrication « parfaite »
- Prévoir des réglages
 - Supports d'arbre d'hélice de moteur de bateau réglés au laser
 - Vilebrequin de moteur à explosion sur 5 paliers
- Le rendre isostatique
 - Mettre du jeu
 - Matériel agricole goupillé
 - Voir ci-après

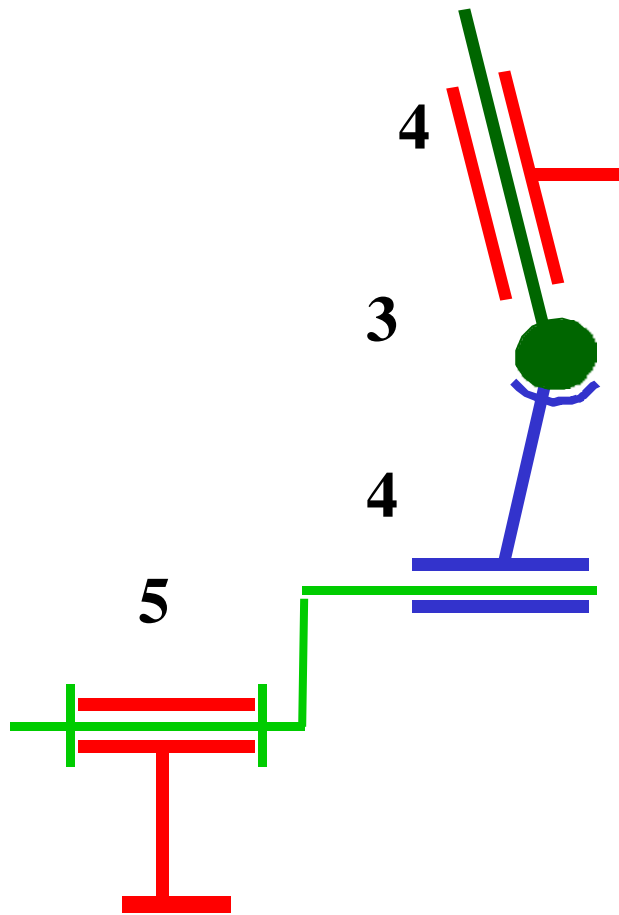
Mais : Ne pas espérer déformer les pièces au montage

Exercice 1



Est-il iso ou hyper ?

Exercice 1 : solution



Nbr d'inconnues : $5+4+3+4=16$

Nbr d'équations : $6 \times 3 \text{ pièces} = 18$

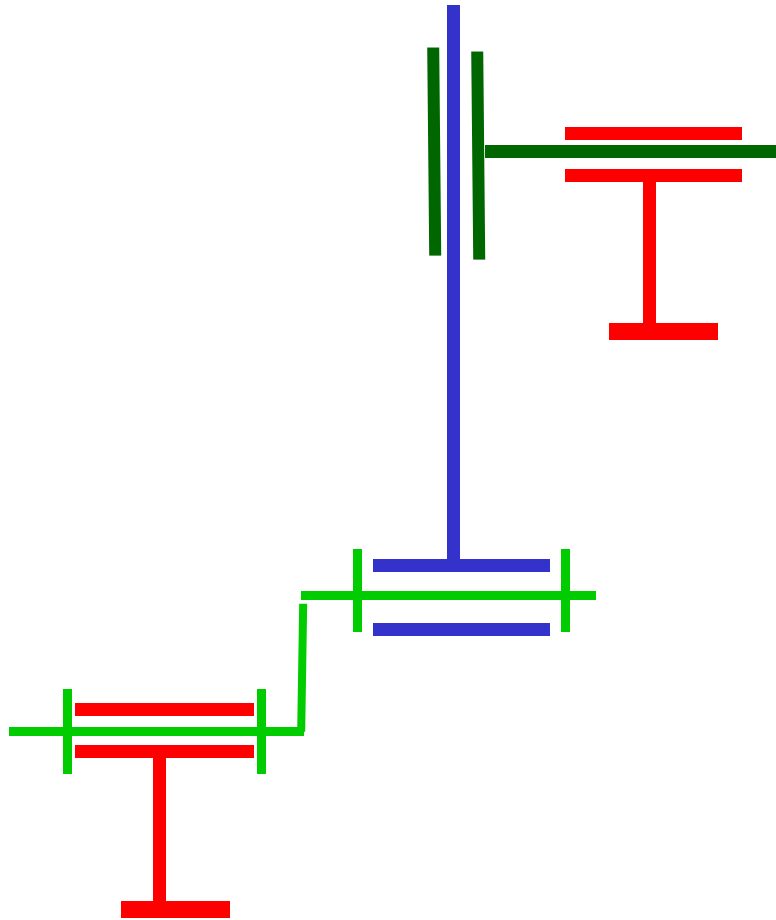
Nbr de mobilités : $d=1$
 $m=1$

$$n=16-(18-2)=0$$

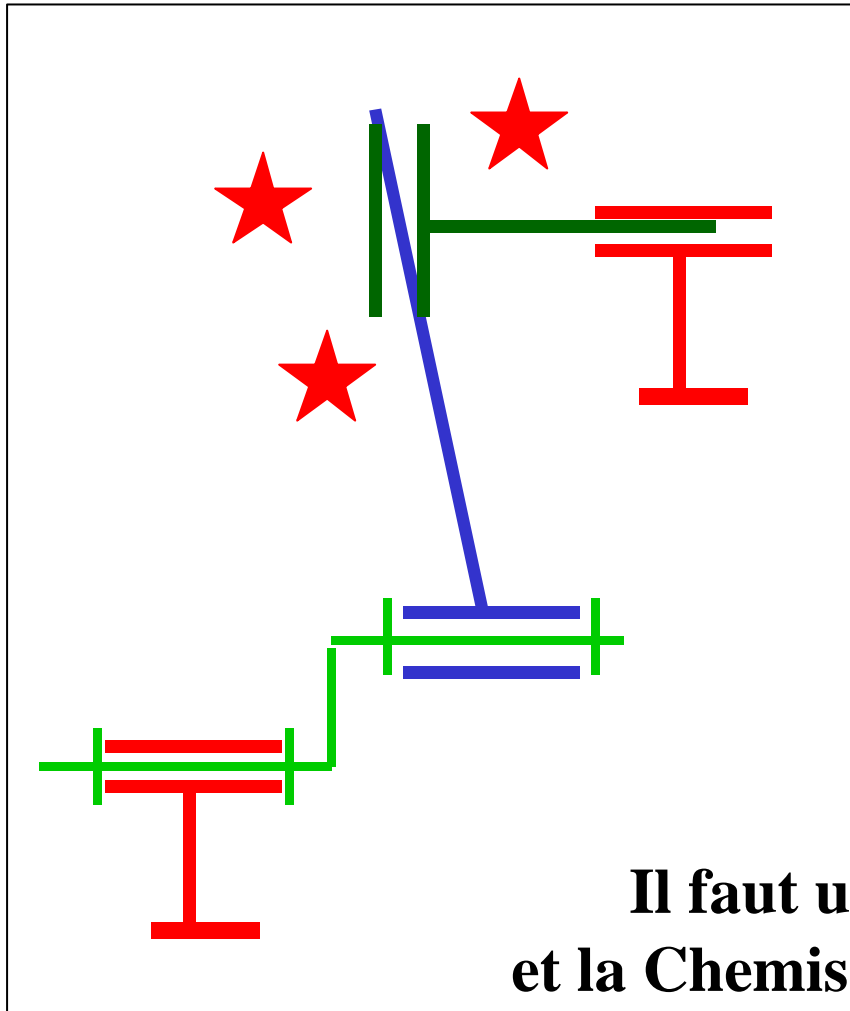
isostatique

comme le montre la figure toute tordue

Exercice 2



Exercice 2 : solution



$$n = (5 + 5 + 4 + 4) - (18 - 1)$$

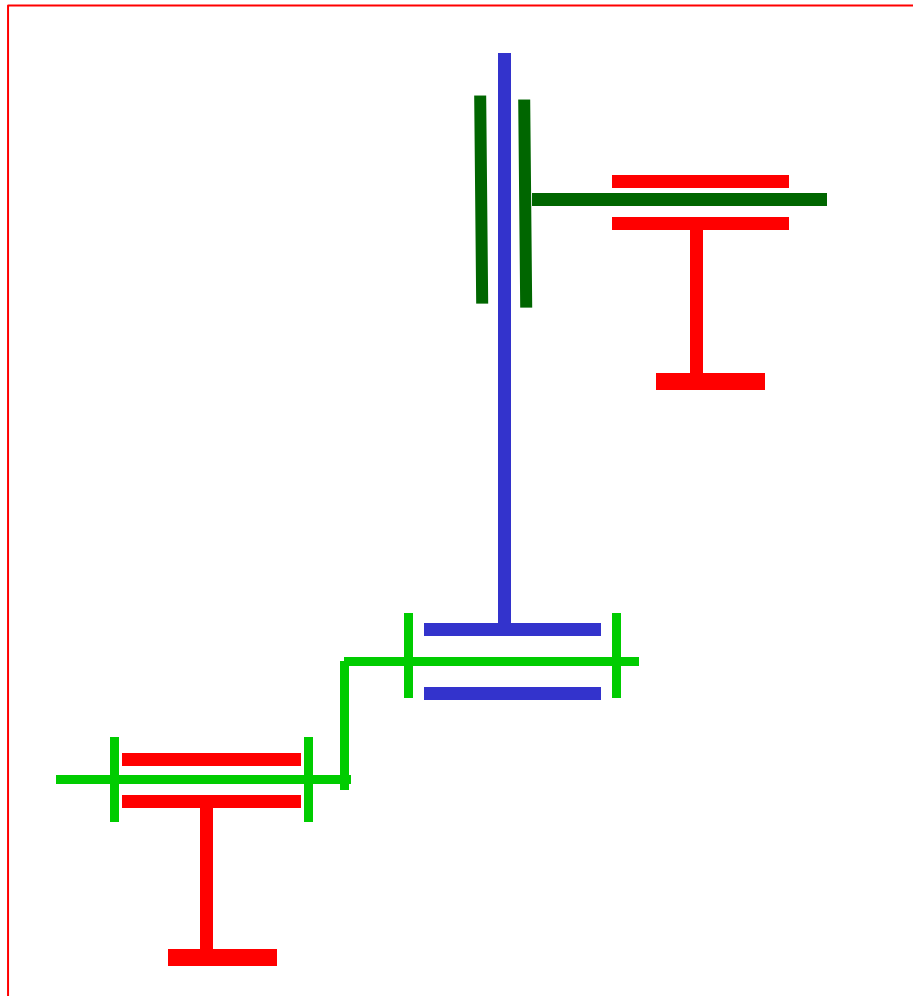
$$n = 1$$

**Hyperstatique
de degré 1**

**Il faut un parallélisme entre le piston
et la Chemise pour que le système s'assemble**

Exercice 3 :

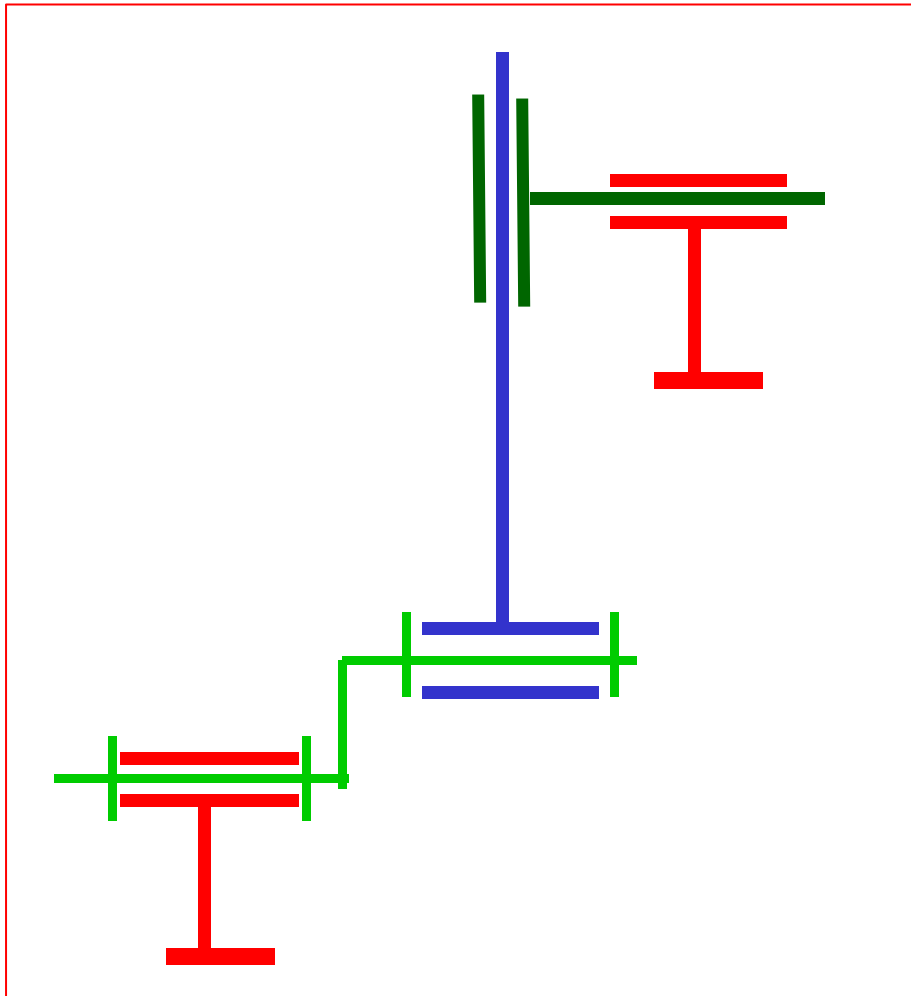
Rendre le système isostatique



Il faut :
Remplacer une liaison
par une autre pour que le
système soit isostatique

Exercice 3 : Solution

Rendre le système isostatique



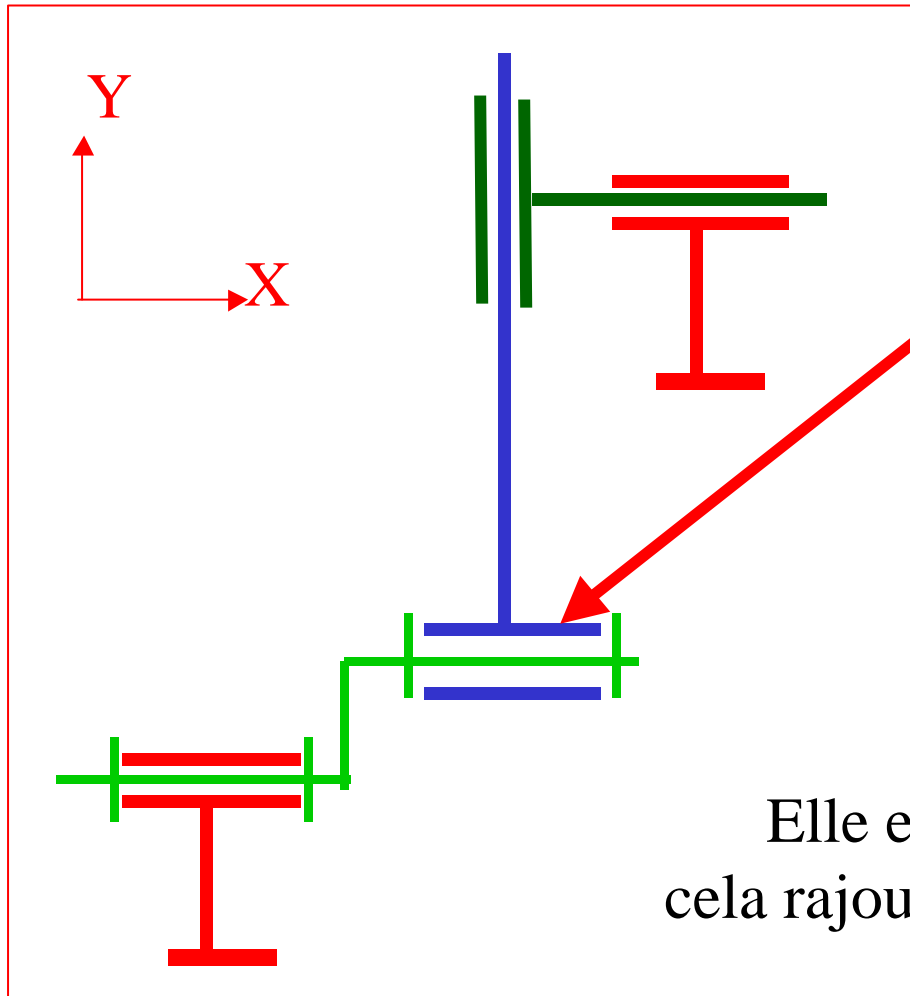
Le système est hyperstatique
de degré **un** :
il faut donc rajouter
une mobilité
à une liaison judicieusement choisi

Le problème au montage est
le parallélisme entre
le piston (vert) et l'arbre (bleu)

Autorisons cette rotation

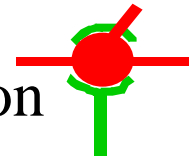
Exercice 3 : Solution

Rendre le système isostatique



Il faut rajouter une rotation suivant Z

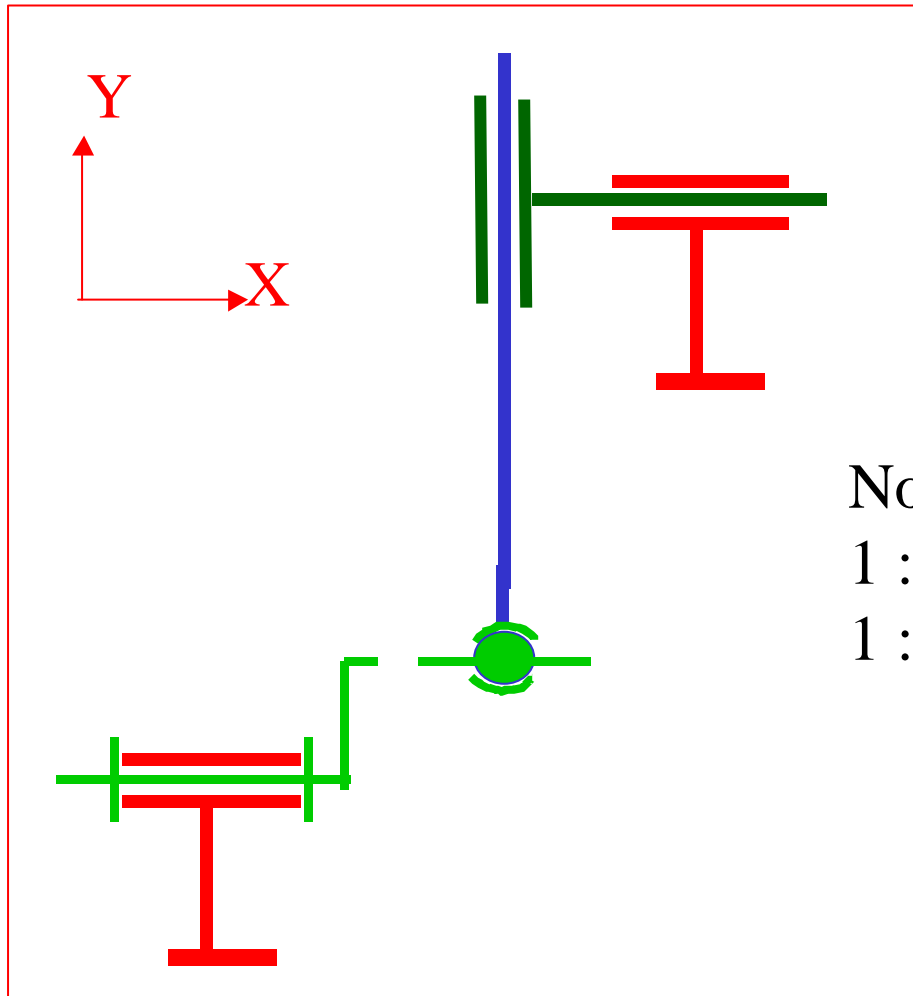
La liaison qui autorise 2 rotations et pas de translation est une rotule à doigt



Elle est complexe : utilisons une rotule : cela rajoute deux rotations par rapport à la pivot

Exercice 3 : Solution

Rendre le système isostatique



Nombre d'inconnues :

$$4+4+3+5=16$$

Nombre de pièces : 3

Nombre de Mobilités : 2

1 : loi entrée sortie

1 : mobilité interne :

(rotation du piston bleu autour de son axe)

$$n = 16 - (3 \times 6 - 2) = 0$$

Rotule



Philippe Depeyre